

## ELS NOMBRES NATURALS

DIMENSÍO RESOLUCIÓ DE PROBLEMES · DIMENSÍO RAONAMENT I PROVA  
 DIMENSÍO CONNEXIONS · DIMENSÍO COMUNICACIÓ I REPRESENTACIÓ

Totes les civilitzacions han fet servir un sistema de numeració per representar quantitats. Des de la prehistòria fins als nostres dies, egipcis, babilonis, grecs, romans, xinesos, indis, àrabs, maies... van utilitzar sistemes de numeració molt diversos, que van passar d'uns pobles als altres i van evolucionar al llarg del temps.

Inicialment, els nombres s'utilitzaven per comptar quantitats *naturals* (ramats, fruits, monedes...), i els sistemes de numeració eren molt rudimentaris: es feien osques en un bastó, es dibuixaven dits i mans... Tanmateix, el progrés de les civilitzacions va portar a la introducció de símbols i normes que els van fer més complexos i pràctics.

### Diferents maneres d'expressar els nombres

Observa tres maneres diferents de representar el mateix nombre:



1. De quin nombre es tracta? Com representaries, en cada cas, el nombre següent?
2. Quin o quins es basen en el sistema de numeració decimal?
3. De quina altra manera representaries aquest nombre?

Els sistemes de numeració són útils per escriure nombres i, així, recordar-los i transmetre'ls. Però han de servir, també, per fer operacions. Pensa en el sistema de numeració romà (que ja coneixes) i imagina com ho havien de fer per sumar. Per exemple:

$$MCCCXLVI + DCCCXXXIV$$

És complicat, oi? Doncs imagina com havien de multiplicar.

Els antics matemàtics hindús, al segle VI, van fer un gran pas endavant amb la invenció del sistema de numeració decimal posicional.





# 1. SISTEMES DE NUMERACIÓ



Aquest home primitiu ha escrit el nombre 47. Sabries dir el valor de cada símbol?

Els nombres naturals (1, 2, 3...) van sorgir de la necessitat de comptar, i la seva representació va evolucionar adaptant-se a cada moment cultural i històric.

En la prehistòria ja utilitzaven algunes tècniques per comptar: comparaven amb els dits, feien osques en un bastó, enfilaven granadures en una corda, etc.

A mesura que la societat evolucionava, es va fer necessari utilitzar quantitats grans i representar-les de manera pràctica. Així, van aparèixer en diferents cultures els sistemes de numeració.

Els símbols utilitzats per representar els comptatges, juntament amb les seves normes d'ús, formen un **sistema de numeració**.

## El sistema de numeració egipci

Els antics egipcis utilitzaven els símbols següents:



Aquí apareix escrit el nombre 1.333.331.

1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
pal	nansa	corda	flor	dit	granota	home

La norma per escriure un nombre era senzilla: s'anaven afegint (sumant) els símbols necessaris fins a completar la quantitat desitjada.

Els sistemes de numeració, com l'egipci, en què es van afegint símbols i se sumen els valors, s'anomenen **sistemes additius**.

## El sistema de numeració maia

El poble maia, a l'actual Guatemala i el sud de Mèxic, abans de l'arribada de Cristòfor Colom al continent americà, utilitzava només tres símbols per escriure els nombres:

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••
10	11	12	13	14
	•	••	•••	••••
15	16	17	18	19
	•	••	•••	••••

(0)      • (1)      (5)

En els nombres més petits que 20, com pots veure a l'esquerra, el sistema era additiu. Fins aquí, el primer nivell. Per escriure nombres més grans, se superposaven altres nivells, amb els mateixos símbols, però multiplicant-ne el valor per 20 en pujar cada esglaió.

Segon nivell (× 20) →	•	•	•	•	••		
Primer nivell (× 1) →		•					
	20	21	27	36	40	100	137

Com veus, un símbol té diferent valor segons el nivell en què es trobi, la qual cosa és característica dels **sistemes de numeració posicionals**. És a dir, el sistema maia era en part additiu i en part posicional.

## Recorda

Un nombre es pot descompondre segons els seus ordres d'unitats i segons el valor de posició de cada xifra:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{27.473} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 2 \text{ DM} \rightarrow 20.000 \\
 7 \text{ UM} \rightarrow 7.000 \\
 4 \text{ C} \rightarrow 400 \\
 7 \text{ D} \rightarrow 70 \\
 3 \text{ U} \rightarrow + 3 \\
 \hline
 27.473
 \end{array}$$

## El sistema de numeració decimal

El sistema de numeració que utilitzem actualment és el **decimal**. Consta de deu símbols o xifres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) i es regeix per aquestes normes:

- Es defineixen *ordres d'unitats*: unitats, desenes, centenes...
- Deu unitats d'un ordre fan una unitat de l'ordre immediat superior.
- El valor d'una xifra depèn del lloc que ocupi (sistema de tipus **posicional**).

Exemple:

UMM	CM	DM	UM	C	D	U
4	7	8	4	3	0	4

↓  
4.000.000 U

↓  
4.000 U

↓  
4 U

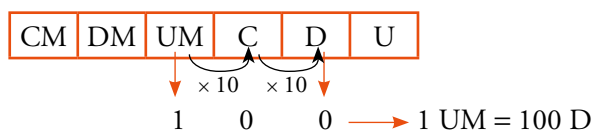
La xifra 4 té diferent valor segons l'ordre d'unitats que ocupa.

## » FIXA IDEES

F1. Seguint el sistema de numeració decimal:

- Quantes desenes fan 3 milers?
- Quantes centenes fan una desena de miler?
- Quantes centenes hi ha en 5 unitats de milió?

### AJUDA



## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

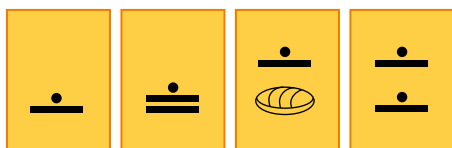
1. Escriu d'acord amb el sistema de numeració egipci els nombres 19, 65, 3.412 i 2.523.

2. En un sistema additiu s'utilitzen aquests símbols:



• Escriu, seguint aquest sistema, els nombres 7, 12, 84 i 126.

3. Tradueix al sistema decimal aquests nombres del sistema maia.



4. Afegeix dos elements per la dreta i uns altres dos per l'esquerra a aquesta sèrie de nombres del sistema maia:



5. Completa en el teu quadern:

- 500 D = ... C = ... UM
- 3.000 C = ... UM = ... DM
- 6 UM = ... C = ... D
- 8 CM = ... DM = ... D

6. Vertader o fals?

- Si canvies de lloc les xifres, canvia el valor del nombre.
- Si afegeixes un zero a la dreta d'un nombre, el seu valor es multiplica per 10.
- Si afegeixes un zero a l'esquerra d'un nombre, el valor es divideix entre 10.
- Mig miler equival a 5 desenes.
- Mil milers fan un milió.

7. Un nombre té cinc xifres que sumen 5. Si intercanvies les unitats amb les unitats de miler, augmenta 999 unitats. Quin nombre és?

## 2. ELS NOMBRES GRANS

Moltes quantitats i dades superen les nou xifres: el nombre d'habitants de la Terra (7.000.000.000), els segons que té un segle (3.153.600.000), els quilòmetres d'un any llum (9.460.800.000.000)...

El sistema de numeració decimal permet representar quantitats tan grans com desitgem. Aprèn els ordres d'unitats relatius als nombres de més de nou xifres:

...	BILIONS		MILERS DE MILIONS		MILIONS				MILERS	C	D	U
			1	3	8	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Tingues en compte

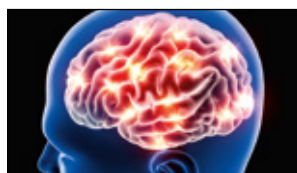
Als milers de milions també se'ls anomena **miliards**.

També es designen amb el prefix **giga**:

1.000.000.000 bytes = 1 gigabyte



L'univers es va originar fa tretze mil vuit-cents milions d'anys.



El cervell d'una persona jove té uns cent mil milions de neurones.



La Terra té un volum aproximat d'un bilió de quilòmetres cúbics.

- Un **milió** ↔ Un 1 seguit de 6 zeros.
- Un **bilió** ↔ Un milió de milions ↔ Un 1 seguit de 12 zeros.
- Un **trilió** ↔ Un milió de bilions ↔ Un 1 seguit de 18 zeros.

### » APLICA EL QUE HAS APRÈS

8. Llegeix les primeres línies d'aquesta pàgina i escriu com es llegeixen:

- El nombre d'habitants de la Terra.
- El nombre de segons d'un segle.
- El nombre de quilòmetres que té un any llum.

9. Escriu amb xifres:

- Vint-i-vuit milions tres-cents cinquanta mil.
- Cent quaranta-tres milions.
- Dos mil set-cents milions.
- Setze giges.
- Un bilió i mig.
- Quinze bilions tres-cents cinquanta mil milions.

10. Copia en el teu quadern i completa:

- Mil milers fan un...
- Mil milions fan un...
- Un milió de milers fan un...
- Un milió de milions és un...

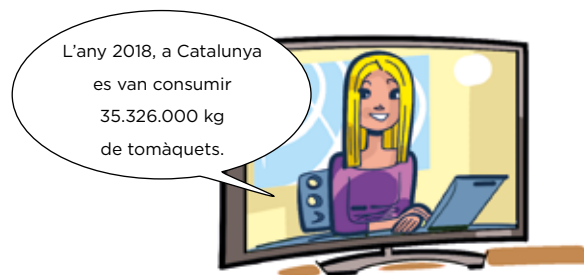
11. El cos humà té entre deu i setanta milions de milions de cèl·lules. Expressa aquestes quantitats en bilions.

12. Com llegiries el nombre expressat per un 1 seguit de 16 zeros?

13. Les científiques i els científics calculen que els mars i oceans de la Terra contenen tres quadrilions de quilograms d'aigua. Què creus que és un quadrilió?

### 3. APROXIMACIÓ DE NOMBRES NATURALS

Quan un nombre té moltes xifres, és difícil de recordar i incòmode per fer càlculs. Per això, l'acostumem a substituir per un altre, més manejable, de valor aproximat, acabat en zeros. Per exemple:



35.326.000 són, aproximadament, trenta-cinc milions de kg de tomàquets.

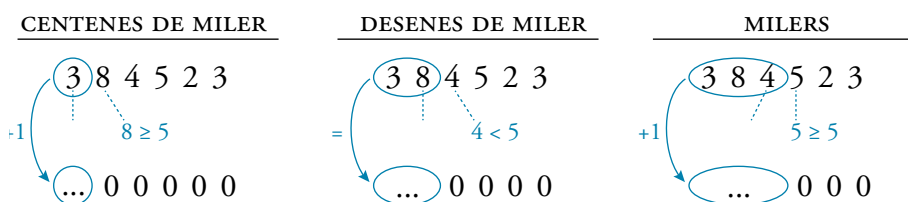
La manera més freqüent i pràctica de fer aproximacions és l'arrodoniment.

Per **arrodonir** un nombre a un determinat ordre d'unitats:

- Se substitueixen per zeros totes les xifres a la dreta d'aquest ordre.
- Si la primera xifra substituïda és igual a 5 o més gran, se suma una unitat a la xifra anterior.

#### » FIXA IDEES

**F2.** Completa per aproximar el nombre 384.523 a les centenes de miler, a les desenes de miler i als milers.



#### AJUDA

Aproximació del nombre 52.722:

- A les desenes de miler → 50.000
- Als milers → 53.000

#### » APLICA EL QUE HAS APRÈS

**14.** Arrodoneix als milers aquests nombres:

- a) 24.963    b) 7.280    c) 40.274    d) 99.834

**15.** Aproxima a les centenes i a les desenes de miler:

- a) 530.298    b) 828.502    c) 359.481    d) 29.935.236

**16.** Llegeix aquesta notícia i aproxima el nombre de turistes als milions i la despesa als milers de milions.



**17.** Aproxima als milions per arrodoniment:

- a) 24.356.000    b) 36.905.000    c) 274.825.048

**18.** Fixa't en les diverses aproximacions al preu d'un pis en venda:

<b>EN VENDA</b>	138.000 €
<b>138.290 €</b>	→ 138.300 €
	140.000 €

- a) Quina és més propera al preu real?  
 b) Quina et sembla més adequada per a una informació col·loquial, si no es recorda la quantitat exacta?

**19.** Un ajuntament ha pressupostat 149.637 € per rehabilitar una àrea esportiva. Quina xifra donaries per comunicar aquesta dada en una conversa informal?



## 4. OPERACIONS BÀSIQUES AMB NOMBRES NATURALS

Tot i que ja saps fer operacions amb nombres naturals, és important que en repassem alguns conceptes i algunes propietats.

### La suma i les seves propietats

Recorda que **sumar** és unir, ajuntar, afegir.

Per exemple, si volem saber el nombre de persones que hi ha al teatre que veus al marge, haurem de fer una suma:

$$308 + 258 = 566$$

La suma compleix les propietats següents:

- **Propietat commutativa:** El resultat de la suma no varia encara que canviem l'ordre dels sumands.

$$a + b = b + a$$

- **Propietat associativa:** El resultat de la suma és independent de la forma com s'agrupen els sumands.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

### La resta i les seves relacions amb la suma

Recorda que **restar** és treure, suprimir, trobar el que falta o el que sobra; és a dir, calcular la diferència.

Per exemple, per saber quantes localitats buides hi ha al teatre, hem de fer una resta:

$$590 - 566 = 24$$

Observa, a més, que  $590 = 566 + 24$  i que  $566 = 590 - 24$ .

$$\text{Relacions entre la suma i la resta: } M - S = D \rightarrow \begin{cases} M = S + D \\ S = M - D \end{cases}$$

### Propietat commutativa

$$34 + 16 = 16 + 34$$

$\swarrow$        $\swarrow$   
 50      50

### Propietat associativa

$$(18 + 3) + 17 = 18 + (3 + 17)$$

$\swarrow$        $\swarrow$        $\swarrow$        $\swarrow$   
 21 + 17      18 + 20  
 $\swarrow$        $\swarrow$        $\swarrow$        $\swarrow$   
 38      38

### Recorda

$$\begin{array}{r} 590 \leftarrow \text{Minuend (M)} \\ - 566 \leftarrow \text{Subtrahend (S)} \\ \hline 24 \leftarrow \text{Diferència (D)} \end{array}$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

20. Calcula:

- a)  $254 + 78 + 136$       b)  $340 + 255 - 429$   
 c)  $1.526 - 831 + 63$       d)  $1.350 - 1.107 - 58$

21. Estima la resposta i comprova-la després:

La Carme compra una bossa de 167 €, una gavardina de 235 € i un mocador de 32 €. Quant s'ha gastat?

- a) S'ha gastat al voltant de 350 €.  
 b) S'ha gastat, més o menys, 450 €.  
 c) S'ha gastat al voltant de 550 €.

22. Transforma:

- a) Aquesta suma en una resta:  $48 + 12 = 60$   
 b) Aquesta resta en una suma:  $22 - 2 - 6 = 14$

23. Si l'Albert tingués 15 anys més, encara seria 18 anys més jove que el seu oncle Tomàs, que té 51 anys. Quants anys té l'Albert?

24. Si comprés només una rentadora, em sobrarien 246 €, però si comprés també un televisor, em faltarien 204 €. Pots dir el preu d'alguns d'aquests articles?

## CÀLCUL MENTAL

$$\begin{array}{c}
 16 \times 55 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 8 \times 2 \times 5 \times 11 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 88 \times 10 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 880
 \end{array}$$

La propietat associativa ens permet reagrupar els termes, i la commutativa, canviar-los d'ordre.

$$\begin{array}{c}
 15 \cdot 7 + 15 \cdot 3 = 15 \cdot (7 + 3) \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 105 + 45 \quad 15 \cdot 10 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 150 \quad 150
 \end{array}$$

## La multiplicació i les seves propietats

Recorda que **multiplicar** és una manera abreujada de fer una suma repetida de sumands iguals.

Per exemple, si una entrada per al teatre de la pàgina anterior costa 15 €, la recaptació de 7 entrades serà aquesta:

$$15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 15 \cdot 7 = 105 \text{ €}$$

La multiplicació compleix les propietats següents:

- **Propietat commutativa:** El producte no varia en canviar l'ordre dels factors.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Propietat associativa:** El resultat d'una multiplicació és independent de la forma com s'agrupin els factors.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

- **Propietat distributiva:** El producte d'un nombre per una suma (o resta) és igual a la suma (o resta) dels productes del nombre per cada sumand.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

L'exemple següent t'ajudarà a comprendre el significat de la propietat distributiva:

*Una colla d'amics i amigues van comprar dijous 7 entrades per al teatre i divendres, 3 entrades més. Quin va ser el cost de les entrades?*

Podem calcular el cost de les entrades de dues maneres:

DESPESA DE 7 ENTRADES + DESPESA DE 3 ENTRADES  $\leftrightarrow$  DESPESA DE (7 + 3) ENTRADES

$$15 \cdot 7 + 15 \cdot 3 = 15 \cdot 10$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

25. Completa en el teu quadern:

a) 
$$\begin{array}{r}
 \square 5 \\
 \times 2 \square \\
 \hline
 \square \square \square \\
 + 90 \\
 \hline
 1260
 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r}
 9 \square 8 \\
 \times \square \square \\
 \hline
 2874 \\
 + \square \square \square \square \\
 \hline
 69934
 \end{array}$$

26. Recorda que per multiplicar per 10, per 100, per 1.000... s'afegeixen un, dos, tres... zeros. Calcula:

- a)  $19 \cdot 10$       b)  $12 \cdot 100$       c)  $15 \cdot 1.000$   
d)  $140 \cdot 10$       e)  $230 \cdot 100$       f)  $460 \cdot 1.000$

27. Expressa amb una igualtat aritmètica:

*Multiplicar un nombre per vuit és el mateix que multiplicar-lo primer per deu i després restar el doble d'aquest nombre.*

Quina propietat s'aplica en aquesta igualtat?

28. Fixa't en els exemples i multiplica mentalment per 9 i per 11:

•  $23 \cdot 9 = 23 \cdot 10 - 23 = 230 - 23 = 207$

•  $23 \cdot 11 = 23 \cdot 10 + 23 = 230 + 23 = 253$

- a)  $12 \cdot 9$       b)  $25 \cdot 9$       c)  $33 \cdot 9$   
d)  $12 \cdot 11$       e)  $25 \cdot 11$       f)  $33 \cdot 11$

29. Quantes voltes fa en un quart d'hora una roda que gira a 1.500 revolucions per minut? I en una hora? I en una hora i mitja?

30. Una agricultora té un hort amb 200 presseguers. Calcula que amb cada arbre omplirà set caixes de cinc quilos de préssecs.

Quin benefici obtindrà si ven tota la producció a 2 € el quilo?



## La divisió

Recorda dues de les situacions que resol la divisió i que apareixen freqüentment en els problemes aritmètics:

- S'han de repartir 375 bolígrafs en 5 capsas iguals. Quants bolígrafs hi haurà en cada capsa?

$$\begin{array}{r} 375 \\ 25 \overline{) 375} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{5} \\ 75 \end{array} \longrightarrow 375 : 5 = 75 \text{ bolígrafs en cada capsa}$$

**Dividir és repartir un tot en parts iguals** per esbrinar quantes en toquen a cada un.

- Quantes capses de 75 bolígrafs omplirem amb 375 bolígrafs?

$$\begin{array}{r} 375 \\ 00 \overline{) 375} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{5} \\ 75 \end{array} \longrightarrow 375 : 75 = 5 \text{ capses}$$

**Dividir és partir un tot en porcions iguals d'una determinada mida** per esbrinar quantes porcions s'obtenen.

Una divisió pot ser exacta o entera depenent del valor del residu.

- **Divisió exacta** (el residu és zero).

$$\begin{array}{r} D \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{d} \\ q \end{array} \longrightarrow \text{El dividend és igual al divisor multiplicat pel quocient.}$$

$$D = d \cdot q$$

- **Divisió entera** (el residu és diferent de zero).

$$\begin{array}{r} D \\ r \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{d} \\ q \end{array} \longrightarrow \text{El dividend és igual al divisor multiplicat pel quocient més el residu.}$$

$$D = d \cdot q + r$$

Si en una divisió es multipliquen el dividend i el divisor pel mateix nombre, el quocient no varia.

## Divisió exacta

$$\begin{array}{r} 35 \\ 0 \overline{) 35} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array} \quad 35 = 5 \cdot 7$$

## Divisió entera

$$\begin{array}{r} 38 \\ 3 \overline{) 38} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array} \quad 38 = 5 \cdot 7 + 3$$

## Tingues en compte

$$\begin{array}{r} 32 \\ 0 \overline{) 32} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{8} \\ 4 \end{array}$$

$$\cdot 7 \quad \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ 00 \overline{) 224} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{56} \\ 4 \end{array}$$

El quocient no varia.

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

**31.** Esbrina el quocient i el residu de cada divisió:

- a)  $96 : 13$       b)  $713 : 31$       c)  $5.309 : 7$   
 d)  $7.029 : 26$       e)  $49.896 : 162$       f)  $80.391 : 629$

**32.** Un granger recull 1.274 ous, els envasa en safates de 30 i empaqueta les safates en capsas de 10.

- Quants ous queden sense completar una safata?  
 Quantes safates queden sense completar una capsa?

# 5. EXPRESSIONS AMB OPERACIONS COMBINADES

## Ordre en què han de fer-se les operacions

Quan resolguis expressions amb operacions combinades, has de tenir en compte les normes del llenguatge matemàtic. Aquestes normes asseguren que cada expressió tingui un significat i una solució únics.

Observa l'ordre d'actuació en les expressions següents. Els resultats són diferents malgrat que estan formades pels mateixos nombres i operacions.

$$\begin{array}{c}
 48 : 3 + 5 - 2 \cdot 3 \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 16 + 5 - 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 21 - 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 15
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 48 : (3 + 5) - 2 \cdot 3 \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 48 : 8 - 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 6 - 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 48 : 3 + (5 - 2) \cdot 3 \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 16 + 3 \cdot 3 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 16 + 9 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 25
 \end{array}$$

En les expressions amb operacions combinades, hem de resoldre:

- Primer, els parèntesis.
- Després, les multiplicacions i les divisions.
- Finalment, les sumes i les restes.



## Aprèn a fer servir la calculadora

Introdueix en la calculadora aquesta seqüència:  $2 \oplus 3 \otimes 4 \ominus$

Tot i que et sembli estrany, segons la calculadora que facis servir pots obtenir dues solucions diferents: 20 o 14.

$\boxed{20}$  → La calculadora fa les operacions en l'ordre en què s'introdueixen.  
 $(2 + 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$

$\boxed{14}$  → La calculadora fa, primer, el producte. És a dir, respecta la prioritat de les operacions.

$$2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$$

Per tant, no totes les calculadores tenen la mateixa lògica interna. Esbrina de quin dels dos tipus és la teva i tingues-ho en compte quan la utilitzis.

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

**33.** Fixa't en els exemples i fes les operacions:

•  $12 - 2 \cdot 4 = 12 - 8 = 4$

•  $(17 - 5) : 3 = 12 : 3 = 4$

a)  $8 + 5 \cdot 2$

b)  $15 - 10 : 5$

c)  $4 \cdot 6 - 13$

d)  $(15 - 3) : 4$

e)  $(8 + 2) \cdot 3$

f)  $18 : (10 - 4)$

**34.** Resol mentalment i compara els resultats:

a)  $2 + 3 \cdot 4$        $(2 + 3) \cdot 4$

b)  $6 - 2 \cdot 3$        $(6 - 2) \cdot 3$

c)  $18 - 10 : 2$        $(18 - 10) : 2$

**35.** Resol, indicant els passos seguits, i comprova la solució que es dona a la dreta. Si no coincideix, revisa l'exercici.

a)  $6 \cdot 4 - 2 \cdot (12 - 7) \longrightarrow 14$

b)  $3 \cdot 8 - 8 : 4 - 4 \cdot 5 \longrightarrow 2$

c)  $21 : (3 + 4) + 6 \longrightarrow 9$

d)  $26 - 5 \cdot (2 + 3) + 6 \longrightarrow 7$

e)  $(14 + 12) : 2 - 4 \cdot 3 \longrightarrow 1$

f)  $2 \cdot (6 + 4) - 3 \cdot (5 - 2) \longrightarrow 11$

g)  $30 - 6 \cdot (13 - 4 \cdot 2) \longrightarrow 0$

# 6. POTÈNCIES

Una potència és una manera abreujada d'escriure un producte de factors iguals:

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

En les potències, el factor repetit es diu **base**, i el nombre de vegades que es repeteix, **exponent**.

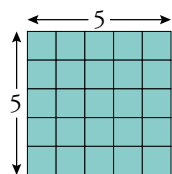
$a^b$   
↑ BASE

← EXPONENT

→ Es llegeix: a elevat a b.

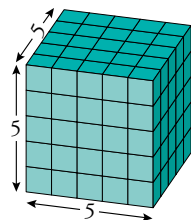
## Nombres i geometria

EL QUADRAT



El quadrat de 5 és:  
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$   
 (25 quadradets)

EL CUB



El cub de 5 és:  
 $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$   
 (125 cubets)

Com representaries geomètricament els nombres  $3^2$  i  $3^3$ ?

## Potències amb la calculadora

• Amb calculadora científica:

$$8^5 \rightarrow 8 \text{ [x]} 5 \text{ [=]} \text{ [3] [2] [7] [6] [8]}$$

• Amb calculadora senzilla:

$$8^5 \rightarrow 8 \text{ [x] [x] [=] [=] [=] [=]} \text{ [3] [2] [7] [6] [8]}$$

## Exemples

• Expressió en forma de potència:

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$  → Tres elevat a quatre o tres elevat a la quarta potència.

b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$  → Dos elevat a cinc o dos elevat a la cinquena potència.

• Càlcul:

a)  $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

b)  $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$

## » FIXA IDEES

**F3.** Completa per calcular, amb llapis i paper, el valor de  $7^5$ .

$$7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot 7 = 49 \cdot 49 \cdot 7 = \square \cdot 7 = \dots$$

**F4.** Quin és el valor de  $x$  en cada cas?

a)  $x^3 = 125 \rightarrow x = \dots$

b)  $5^x = 3.125 \rightarrow x = \dots$

**F5.** Calcula i completa cada casella amb la quantitat que correspongui:

$$2 \cdot (11^2 - 9^2) - 6^2 = 2 \cdot (121 - \square) - 6^2 = 2 \cdot \square - \square = \square - \square = \dots$$

### AJUDA

**F3.** Completa en el teu quadern:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$5^3 = (5 \cdot 5) \cdot 5 = 25 \cdot 5 = \dots$$

$$5^4 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = \dots$$

**F4.**  $7^x = 2.401 \rightarrow$  Quant val  $x$ ?

Amb la calculadora senzilla:

$$7 \text{ [x] [x] [=] [=] [=]} \text{ [2] [4] [0] [1]}$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

**36.** Expressa amb una potència:

a)  $6 \cdot 6$                       b)  $7 \cdot 7 \cdot 7$

c)  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$               d)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

**37.** Llegeix aquestes potències i expressa-les en forma de producte:

a)  $3^4$     b)  $2^7$     c)  $9^3$     d)  $15^2$     e)  $10^6$     f)  $20^4$

**38.** Copia la taula en el teu quadern i completa-la:

POTÈNCIA	BASE	EXPONENT
$2^6$	...	...
...	5	3
$a^4$	...	...
...	$m$	5

# 7. POTÈNCIES DE BASE 10. APLICACIONS

## Reflexiona

Què és més còmode d'escriure? I d'interpretar?

$$1.000.000.000.000 \leftrightarrow 10^{12}$$

Ja saps que per multiplicar per 10 només has d'afegir un zero. Així:

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$10^5 = 100.000$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$$

$$10^9 = \underbrace{1.000.000.000}_{9 \text{ zeros}}$$

Una potència de base 10 és igual a la unitat seguida de tants zeros com indica l'exponent.

## Expressió abreujada de nombres grans

Els nombres acabats en zeros poden expressar-se com a producte d'un nombre per una potència de base 10.

Per exemple:  $400.000 = 4 \cdot 100.000 = 4 \cdot 10^5$

Aquest recurs facilita l'expressió i la comprensió de nombres molt grans.

### Exemple

Un any llum: 9.460.800.000.000 km. Observa les transformacions que fem perquè aquesta quantitat sigui més fàcil de llegir, d'escriure i de recordar:

- Arrodonim i deixem dues xifres significatives  $\rightarrow 9.500.000.000.000$
- Descomponem en forma de producte  $\rightarrow 95 \cdot 100.000.000.000$
- Expressem el segon factor com una potència de base 10  $\rightarrow 95 \cdot 10^{11}$

Un any llum equival a  $95 \cdot 10^{11}$  km.

## Descomposició polinòmica d'un nombre

La descomposició d'un nombre segons el valor posicional de les xifres i el que has après sobre les potències de base 10 permeten la transformació de l'exemple següent. És la **descomposició polinòmica** del nombre.

$$836.279 = \begin{cases} 800.000 + 30.000 + 6.000 + 200 + 70 + 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 9 \end{cases}$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

39. Escriu com a potències de base 10:

- a) Un miler.                      b) Un milió.  
c) Mil milions.                  d) Un bilió.

40. Expressa amb totes les xifres:

- a)  $4 \cdot 10^5$                       b)  $15 \cdot 10^9$                       c)  $86 \cdot 10^{14}$

41. Escriu el valor de  $x$  en cada cas:

- a)  $2.936.428 \approx 29 \cdot 10^x$               b)  $3.601.294.835 \approx 36 \cdot 10^x$   
c)  $19.570.000.000.000 \approx 20 \cdot 10^x$


42. Escriu la descomposició polinòmica dels nombres següents:

- a) 74.238                              b) 680.290  
c) 4.528.926                        d) 46.350.000

43. Escriu en forma abreujada les dades següents:


- a) El nombre de molècules elementals en un litre d'aigua és 334.326.000.000.000.000.000.  
b) L'estrella Alfa Centauri està a uns quaranta bilions de quilòmetres del Sol.

En un gram d'oxigen hi ha  
37.638.383.060.000.000.000 àtoms.



37.638.383.060.000.000.000  
21 xifres

En un gram d'oxigen hi ha  
 $38 \cdot 10^{21}$  àtoms.



## 8. OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Ara aprendràs algunes propietats que faciliten el càlcul amb potències. Per això, és convenient que les entenguis, les memoritzis i n'assagis l'aplicació en diferents situacions.

### Potència d'un producte (Producte de potències amb el mateix exponent)

Compara les dues expressions següents i observa que en ambdues s'obté el mateix resultat.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \\ \bullet 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 8 \cdot 27 = 216 \end{array} \right\} \rightarrow (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

O també:

$$\bullet 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^3$$

La **potència d'un producte** és igual al producte de les potències dels factors.  $\longrightarrow (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

### Potència d'un quocient (Quocient de potències amb el mateix exponent)

Observa que aquestes dues expressions també tenen el mateix valor.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet (6 : 3)^3 = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ \bullet 6^3 : 3^3 = (6 \cdot 6 \cdot 6) : (3 \cdot 3 \cdot 3) = 216 : 27 = 8 \end{array} \right\} \rightarrow (6 : 3)^3 = 6^3 : 3^3$$

O també:

$$\bullet 6^3 : 3^3 = (6 \cdot 6 \cdot 6) : (3 \cdot 3 \cdot 3) = (6 : 3) \cdot (6 : 3) \cdot (6 : 3) = (6 : 3)^3$$

La **potència d'un quocient** és igual al quocient de les potències del dividend i del divisor.  $\longrightarrow (a : b)^n = a^n : b^n$

### No et confonguis

$$(2 + 3)^4 = 5^4 = 625$$

$$2^4 + 3^4 = 16 + 81 = 97$$

$$(2 + 3)^4 \neq 2^4 + 3^4$$

La potència d'una suma (o una resta) **NO ÉS IGUAL** a la suma de les potències dels sumands.

$$(a + b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(a - b)^n \neq a^n - b^n$$

### » FIXA IDEES

**F6.** Fixa't en els exemples resolts a la dreta i, seguint els mateixos procediments, copia en el teu quadern i completa:

a)  $2^5 \cdot 5^5 = (\dots \cdot \dots)^5 = \dots^5 = \dots$

b)  $18^4 : 9^4 = (\dots : \dots)^4 = \dots^4 = \dots$

c)  $6^3 \cdot 5^3 = (\dots \cdot \dots)^3 = \dots^3 = (\dots \cdot 10)^3 = \dots^3 \cdot 10^3 = \dots \cdot 1.000 = \dots$

d)  $(8^5 \cdot 6^5) : 24^5 = (\dots \cdot \dots)^5 : 24^5 = \dots^5 : 24^5 = (\dots : 24)^5 = \dots^5 = \dots$

e)  $(36^3 : 9^3) \cdot 25^3 = (\dots : \dots)^3 \cdot 25^3 = \dots^3 \cdot 25^3 = (\dots \cdot 25)^3 = \dots^3 = \dots$

f)  $(54^2 : 3^2) : 2^2 = (\dots : \dots)^2 : \dots^2 = \dots^2 : \dots^2 = (\dots : \dots)^2 = \dots^2 = \dots$

### EXEMPLES

•  $5^6 \cdot 2^6 = (5 \cdot 2)^6 = 10^6 = 1.000.000$

•  $12^3 : 4^3 = (12 : 4)^3 = 3^3 = 27$

•  $5^4 \cdot 4^4 = (5 \cdot 4)^4 = 20^4 = (2 \cdot 10)^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10.000 = 160.000$

•  $(6^6 \cdot 5^6) : 15^6 = (6 \cdot 5)^6 : 15^6 = 30^6 : 15^6 = (30 : 15)^6 = 2^6 = 64$

## Producte de potències amb la mateixa base

En multiplicar dues potències del mateix nombre, s'obté una altra potència d'aquest nombre.

$$5^4 \cdot 5^3 = \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{4 \text{ vegades}} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5)}_{3 \text{ vegades}} = 5^7 \longrightarrow 5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$$

Observa que l'exponent del producte final és la suma dels exponents dels factors.

Per **multiplicar** dues **potències amb la mateixa base**, es deixa la base i se sumen els exponents.  $\longrightarrow a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

## Quocient de potències amb la mateixa base

Recorda les relacions entre la multiplicació i la divisió i fixa-t'hi:

$$5^4 \cdot 5^3 = 5^7 \leftrightarrow \begin{cases} 5^7 : 5^3 = 5^4 \longrightarrow 5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4 \\ 5^7 : 5^4 = 5^3 \longrightarrow 5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3 \end{cases}$$

Observa que l'exponent de cada quocient és la diferència entre l'exponent del dividend i l'exponent del divisor.

Per **dividir** dues **potències de la mateixa base**, es deixa la base i es resten els exponents.  $\longrightarrow a^m : a^n = a^{m-n}$

## Potència d'una altra potència

En elevar una potència a una altra potència, s'obté una nova potència de la mateixa base.

$$(5^4)^3 = 5^4 \cdot 5^4 \cdot 5^4 = 5^{4+4+4} = 5^{4 \cdot 3} = 5^{12}$$

Observa que l'exponent final és el producte dels exponents de l'expressió inicial.

Per **elevar** una **potència a una altra potència**, es deixa la mateixa base i es multipliquen els exponents.  $\longrightarrow (a^n)^m = a^{n \cdot m}$

## Tingues en compte

La **potència zero** d'un nombre (diferent de zero) és igual a u.

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

44. Reflexiona i calcula de la forma més senzilla:

a)  $5^3 \cdot 2^3$

b)  $4^2 \cdot 5^2$

c)  $25^2 \cdot 4^2$

d)  $20^3 \cdot 5^3$

e)  $16^5 : 8^5$

f)  $18^3 : 6^3$

g)  $21^4 : 7^4$

h)  $35^2 : 5^2$

i)  $100^3 : 50^3$

45. Calcula i observa que els resultats no coincideixen:

a)  $(6 + 4)^2$

b)  $(5 + 2)^3$

$6^2 + 4^2$

$5^3 + 2^3$

46. Expressa amb una única potència:

a)  $2^6 : 2^2$

b)  $3^8 : 3^5$

c)  $10^7 : 10^6$

d)  $a^{10} : a^6$

47. Redueix a una única potència:

a)  $(5^2)^3$

b)  $(2^5)^2$

c)  $(10^3)^3$

d)  $(a^5)^3$

e)  $(m^2)^6$

f)  $(x^4)^4$

# 9. ARREL QUADRADA

Calcular l'arrel quadrada és fer l'operació inversa d'elevant al quadrat.

$$b^2 = a \leftrightarrow \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a} = b$$

↓ ARREL
→ Es llegeix: L'arrel quadrada de  $a$  és igual a  $b$ .

↑ RADICAND

## Exemples

- $4^2 = 16 \rightarrow \sqrt{16} = 4$   
L'arrel quadrada de 16 és 4.
- $15^2 = 225 \rightarrow \sqrt{225} = 15$   
L'arrel quadrada de 225 és 15.

## No ho oblidis

És important memoritzar els primers quadrats perfectes:

$1^2 = 1$	$10^2 = 100$
$2^2 = 4$	$11^2 = 121$
$3^2 = 9$	$12^2 = 144$
$4^2 = 16$	$13^2 = 169$
$5^2 = 25$	$14^2 = 196$
$6^2 = 36$	$15^2 = 225$
$7^2 = 49$	$16^2 = 256$
$8^2 = 64$	$17^2 = \dots$
$9^2 = 81$	$18^2 = \dots$

## Arrels exactes i arrels enteres

- Els quadrats dels nombres naturals s'anomenen quadrats perfectes:

L'arrel quadrada d'un quadrat perfecte és una **arrel exacta**.

Per exemple, són arrels exactes les següents:

$$\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \sqrt{400} = 20$$

- Però l'arrel de la majoria de nombres no coincideix amb una quantitat exacta d'unitats senceres.

Busquem, per exemple, l'arrel de 40:

$$\left. \begin{array}{l} 6^2 = 36 < 40 \\ 7^2 = 49 > 40 \end{array} \right\} \rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7 \rightarrow \text{L'arrel quadrada de 40 és un nombre comprès entre 6 i 7.}$$

El nombre natural que més s'aproxima, per sota, a l'arrel, l'anomenem **arrel entera**.

$$\sqrt{40} \approx 6 \rightarrow \text{L'arrel entera de 40 és 6.}$$

## Càlcul de l'arrel quadrada per tempteig

Amb el que ja saps, pots calcular arrels per tempteig. Aquesta tècnica t'ajudarà a aclarir idees i a consolidar el concepte.

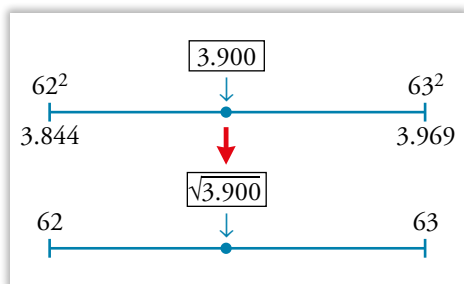
### Exemple

Calculem, per tempteig,  $\sqrt{3.900}$ .

$$\left. \begin{array}{l} 60^2 = 3.600 < 3.900 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ 62^2 = 3.844 < 3.900 \\ 63^2 = 3.969 > 3.900 \end{array} \right\} \text{Com veus, 3.900 és més gran que } 62^2 \text{ i més petit que } 63^2.$$

L'arrel quadrada de 3.900 és un nombre comprès entre 62 i 63.

$$\sqrt{3900} \approx 62 \rightarrow \text{L'arrel entera de 3.900 és 62.}$$



## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

48. Observa l'exemple, i copia i completa:

- $\sqrt{25} = 5 \rightarrow$  L'arrel de 25 és igual a 5.

a)  $\sqrt{49} = 7 \rightarrow \dots$

b)  $\sqrt{64} = \dots \rightarrow \dots$

c)  $\sqrt{81} = \dots \rightarrow \dots$

d)  $\sqrt{121} = \dots \rightarrow \dots$

## Algorisme per al càlcul de l'arrel quadrada

Per calcular amb llapis i paper una arrel quadrada, segueix els passos que s'indiquen a continuació.

### Exemple

Calculem  $\sqrt{105.674}$ :

- ① Separem de dos en dos, des de la dreta, les xifres del radicand i calculem l'arrel del paquet de l'esquerra ( $\sqrt{10\dots}$ ).

$$\begin{array}{r} \sqrt{10.56.74} \quad 3 \leftarrow A \quad A = \sqrt{10} = 3 \text{ i queda 1 de residu.} \\ \underline{3 \cdot 3 \rightarrow -9} \quad 6 \leftarrow B \quad B: \text{Escrivim el doble d'A.} \\ 1 \end{array}$$

- ② Baixem el paquet següent (56) i busquem la xifra  $\square$ , de manera que  $6\square \times \square$  sigui tan proper a 156 com sigui possible, sense sobrepassar-lo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10.56.74} \quad 3 \\ \underline{-9} \quad \downarrow \downarrow \\ 1 \quad 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6\square \times \square \\ \hline 62 \times 2 = 124 \\ \hline 64 \times 2 = 128 \\ \hline 66 \times 2 = 132 \\ \hline 68 \times 2 = 136 \\ \hline 70 \times 2 = 140 \\ \hline 72 \times 2 = 144 \\ \hline 74 \times 2 = 148 \end{array}$$

- ③ Pugem el valor  $\square = 2$  al camp de la solució, baixem el següent paquet (74) i repetim el procés.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10.56.74} \quad 32 \\ \underline{-9} \\ 156 \\ \underline{-124} \\ 32 \quad 74 \end{array} \quad \begin{array}{r} 62 \times 2 = 124 \\ \hline 64 \square \times \square \\ \hline 645 \times 5 = 3.225 \\ \hline 645 \times 5 = 3.225 \\ \hline 645 \times 5 = 3.225 \end{array}$$

- ④ Pugem el valor  $\square = 5$  al camp de la solució.

Solució:

$$\sqrt{105.674} = 325$$

$$\text{Prova: } 325^2 + 49 = 105.674$$

### CALCULADORA

- En algunes calculadores, la successió de tecles per calcular  $\sqrt{105.674}$  és la següent:

$$105674 \quad \sqrt{\phantom{x}} \rightarrow 325.075\dots$$

- En d'altres, és la següent:

$$\sqrt{\phantom{x}} \quad 105674 \quad = \rightarrow 325.075\dots$$

## » APLICA EL QUE HAS APRÈS

49. Copia en el teu quadern i completa les següents arrels resoltes mitjançant l'algorisme:

a) 
$$\begin{array}{r} \sqrt{1 \ 1 \ 5 \ 8} \quad \square 4 \\ \underline{- \square} \\ \square \square \square \\ \underline{- 2 \ 5 \ 6} \\ 0 \ 0 \ \square \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} \sqrt{2 \ 7 \ 3 \ 8} \quad 5 \square \\ \underline{- \square \square} \\ 2 \ 3 \ 8 \\ \underline{- \square \square \square} \\ \square \square \square \end{array}$$

# » EXERCITA LES TEVES COMPETÈNCIES

## Sistemes de numeració

1. Tradueix al sistema decimal aquests nombres de l'antic Egipte:



2. Escriu segons el sistema additiu egipci cada un d'aquests nombres:

- a) 48                      b) 235                      c) 2.130

3. Expressa en xifres romanes:

- a) 87                      b) 425                      c) 2.600

4. Escriu el nombre cinquanta-set, com a mínim, amb tres sistemes de numeració diferents.

5. Quantes xifres necessites per escriure un bilió? I un trilió? Quants zeros són en cada cas?

6. Vertader o fals?

- a) Un milió equival a mil centenenes.
- b) Cent milions són mil centenenes de miler.
- c) Mil vegades un milió fan un giga.
- d) Cent gigues fan un bilió.
- e) Un bilió té un milió de milions.

## Aproximacions

7. Copia en el teu quadern i completa la taula:

NOMBRE	APROXIMACIONS	
	A LES CENTENES DE MILER	ALS MILIONS
2.830.554	...	...
19.270.000	...	...
399.675.000	...	...

8. Segons va publicar un diari, la població de la capital d'Egipte, el juny de 2018, era de 19.487.245 habitants. Si et preguntessin per aquesta xifra i no recordessis la quantitat exacta, què respondries?

- Quina creus que podria ser la xifra per a l'any 2100?

9. Llegeixes, en un anunci, que un habitatge es ven per 293.528 €. Uns quants dies després ho comentes amb una amiga, però no recordes exactament el preu. Quina de les expressions següents triaries per transmetre la informació? Explica per què.

- a) Costa gairebé tres-cents mil euros.
- b) Costa dos-cents mil euros i escaig.
- c) Costa dos-cents noranta mil euros.

10. La taula conté algunes dades sobre el consum a Catalunya de productes de l'hort durant el 2018:

	PES (tones)	VALOR (milers d'€)
HORTALISSES FRESQUES	476.717	889.501
PATATES	217.870	197.577
TOTAL	694.587	1.087.078

Repeteix la taula aproximant les dades a les centenenes de milers de tones i a les centenenes de milers d'euros.

## Utilitats dels nombres

11. Aquests són els números de diverses habitacions en un hotel de platja: 401; 235; 724; 231.

- a) Una de les habitacions és al final del passadís. Quina és?
- b) Una altra és a l'última planta. Quin número té?
- c) Quines habitacions són al mateix pis?

## Operacions

### Suma i resta

12. Calcula mentalment:

- a)  $5 + 7 - 3 - 4$
- b)  $18 - 4 - 5 - 6$
- c)  $10 - 6 + 3 - 7$
- d)  $8 + 5 - 4 - 3 - 5$
- e)  $12 + 13 + 8 - 23$
- f)  $40 - 18 - 12 - 6$

13. Calcula:

- a)  $47 - (35 - 28)$
- b)  $52 - (36 - 27)$
- c)  $128 - (86 - 45 - 12)$
- d)  $237 - (152 + 48 - 14)$
- e)  $348 - (148 - 86 + 29)$
- f)  $235 - (340 - 152 - 84)$

14. ■■■ Calcula i comprova el resultat amb les solucions del final de l'activitat:

- a)  $5 - [7 - (2 + 3)]$       b)  $3 + [8 - (4 + 3)]$   
 c)  $2 + [6 + (13 - 7)]$       d)  $7 - [12 - (2 + 5)]$   
 e)  $20 - [15 - (11 - 9)]$       f)  $15 - [17 - (8 + 4)]$

Solucions: a) 3; b) 4; c) 14; d) 2; e) 7; f) 10

### Multiplicació i divisió

15. ■■■ Multiplica:

- a)  $16 \cdot 10$       b)  $128 \cdot 10$       c)  $60 \cdot 10$   
 d)  $17 \cdot 100$       e)  $85 \cdot 100$       f)  $120 \cdot 100$   
 g)  $22 \cdot 1.000$       h)  $134 \cdot 1.000$       i)  $140 \cdot 1.000$

16. ■■■ Calcula el quocient i el residu en cada cas:

- a)  $2.647 : 8$       b)  $1.345 : 29$       c)  $9.045 : 45$   
 d)  $7.482 : 174$       e)  $7.971 : 2.657$       f)  $27.178 : 254$

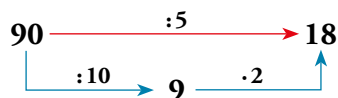
17. ■■■ Copia i completa en el teu quadern:

- a) 
$$\begin{array}{r} 8 \square\square \\ \square 6 \square \\ \square 6 \end{array}$$
      
$$\begin{array}{r} \square 5 \\ 3 \square \end{array}$$
      b) 
$$\begin{array}{r} 8 \ 2 \ \square\square\square \\ \square\square 9 \\ \square\square\square \\ \square 7 \square \\ \square 6 \end{array}$$
      
$$\begin{array}{r} 14 \\ \square\square\square 5 \end{array}$$

18. ■■■ Calcula mentalment:

- a)  $3 \cdot (10 : 5)$       b)  $(4 \cdot 6) : 8$       c)  $20 : (2 \cdot 5)$   
 d)  $(30 : 5) \cdot 3$       e)  $10 : (40 : 8)$       f)  $(40 : 8) : 5$

19. ■■■ Calcula mentalment, tenint en compte que dividir entre 5 és igual que dividir entre 10 i, després, multiplicar per 2:



- a)  $60 : 5$       b)  $80 : 5$       c)  $120 : 5$   
 d)  $140 : 5$       e)  $170 : 5$       f)  $200 : 5$   
 g)  $210 : 5$       h)  $340 : 5$       i)  $420 : 5$

20. ■■■ Resol mentalment:

- a) En un bidó d'aigua hi caben 5 litres. Quants bidons s'omplen amb 100 litres?  
 b) Un quilo d'ametlles costa 12 €. Quant costa una bossa d'ametlles de 5 quilos?  
 c) Una caixa de refrescos conté 24 ampolles. Quantes ampolles hi ha en 10 caixes?  
 d) Canviar les dues rodes d'una bicicleta ha costat 240 euros. Quant ha costat cada roda?

21. ■■■ Si en una divisió multipliques el dividend i el divisor pel mateix nombre, el quocient no varia. Però què li passa al residu?

### Operacions combinades

22. ■■■ Fes els càlculs següents:

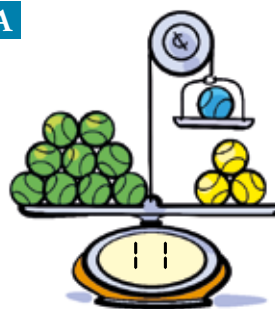
- a)  $2 \cdot (4 + 6)$       b)  $2 \cdot 4 + 6$   
 c)  $8 : (7 - 5)$       d)  $5 \cdot 7 - 5$   
 e)  $(5 + 6) \cdot 4$       f)  $5 + 6 : 3$   
 g)  $(19 - 7) : 2$       h)  $18 - 7 \cdot 2$

23. ■■■ Calcula:

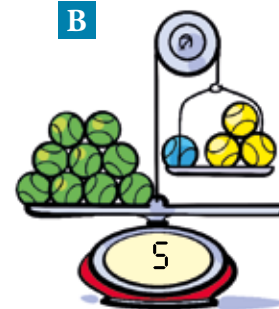
- a)  $8 + 7 - 3 \cdot 4$       b)  $8 : 4 + 7 - 3$   
 c)  $15 - 2 \cdot 3 - 5$       d)  $10 - 12 : 6 - 4$   
 e)  $22 - 6 \cdot 3 + 5$       f)  $8 + 10 : 5 - 10$   
 g)  $36 - 8 \cdot 4 - 1$       h)  $11 - 2 - 9 : 3$   
 i)  $4 \cdot 7 - 13 - 2 \cdot 6$       j)  $15 : 3 + 7 + 4 : 2$   
 k)  $5 \cdot 4 + 12 - 6 \cdot 4$       l)  $12 : 4 - 1 - 6 : 3$   
 m)  $5 \cdot 6 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5$       n)  $9 : 3 + 8 : 4 - 7 : 7$   
 o)  $8 \cdot 8 - 4 \cdot 6 - 5 \cdot 8$       p)  $18 : 2 - 12 : 3 - 6 : 2$

24. ■■■ Escriu una expressió amb els nombres 9, 3 i 1 el resultat de la qual sigui el pes que marca cada balança:

A



B



25. ■■■ Calcula i comprova el resultat amb les solucions:

- a)  $30 - 4 \cdot (5 + 2)$   
 b)  $5 + 3 \cdot (8 - 6)$   
 c)  $5 \cdot (11 - 3) + 7$   
 d)  $3 \cdot (2 + 5) - 13$   
 e)  $2 \cdot (7 + 5) - 3 \cdot (9 - 4)$   
 f)  $4 \cdot (7 - 5) + 3 \cdot (9 - 7)$   
 g)  $3 \cdot 5 - 3 \cdot (10 - 4 \cdot 2)$   
 h)  $2 \cdot 3 + 5 \cdot (13 - 4 \cdot 3)$

Solucions: a) 2; b) 11; c) 47; d) 8; e) 9; f) 14; g) 9; h) 11

### Interpreta, descriu, expressa't

26. ■■■ Relaciona cada enunciat amb dues de les expressions de sota:

- I. En un autobús urbà hi anaven 50 passatgers. En la primera parada en baixen 16 i en pugen 4.
- II. La classe de música té 50 estudiants matriculats, però avui n'han faltat 4 i 16 han anat a un concert.
- III. L'Ernest va comprar una samarreta de 16 € i una gorra de 4 € i va pagar amb un bitllet de 50 €.
- IV. A l'hotel hi ha 50 clients. Avui n'entren 16 de nous i en surten 4.

- a)  $50 - 16 - 4$     b)  $50 - 16 + 4$     c)  $50 - (16 + 4)$   
 d)  $50 - (16 - 4)$     e)  $50 + (16 - 4)$     f)  $50 + 16 - 4$

27. ■■■ Quina o quines de les expressions aritmètiques responen a la solució d'aquest problema?

*En un supermercat s'han venut aquest matí 24 kg de pomes a 2 €/kg, 12 melons a 4 € la peça i 13 pinyes a 2 € cada una. Quant s'ha ingressat a la caixa per la venda d'aquestes fruites?*

- a)  $24 \cdot 12 + 4 \cdot 13 + 2$     b)  $24 \cdot 2 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 2$   
 c)  $(24 + 13) \cdot 2 + 12 \cdot 4$     d)  $(24 + 13 + 2) \cdot (2 + 4)$

28. ■■■ Llegeix l'enunciat del problema i fixa't en la resolució. Després, explica el significat de cada operació i el resultat que s'obté en cada una.

*En una granja hi ha cavalls, vaques i gallines. En total hem comptat 714 potes, 168 banyes i 137 becs. Quants cavalls hi ha a la granja?*

#### Resolució

- 1.  $168 : 2 = 84$                       2.  $84 \cdot 4 = 336$
- 3.  $137 \cdot 2 = 274$                     4.  $336 + 274 = 610$
- 5.  $714 - 610 = 104$                 6.  $104 : 4 = 26$

### Càlcul de potències

29. ■■■ Calcula mentalment:

- a)  $2^4$     b)  $6^3$     c)  $3^5$     d)  $20^4$     e)  $30^0$

30. ■■■ Copia en el teu quadern i completa:

- a)  $\square^3 = 8.000$                       b)  $\square^2 = 4.900$   
 c)  $\square^4 = 10.000$                     d)  $\square^4 = 160.000$

31. ■■■ Calcula l'exponent en cada cas:

- a)  $2^x = 256$                               b)  $10^x = 10.000$   
 c)  $7^x = 2.401$                             d)  $13^x = 2.197$

32. ■■■ Calcula amb llapis i paper:

- a)  $5^5$     b)  $9^5$     c)  $1^{10}$     d)  $15^3$     e)  $16^4$

33. ■■■ Obtén amb la calculadora:

- a)  $4^{12}$     b)  $5^{10}$     c)  $45^3$     d)  $67^4$     e)  $99^3$

34. ■■■ Escriu tots els quadrats perfectes compresos entre 1.000 i 1.500.

35. ■■■ Copia en el teu quadern i completa:

$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$
...	3	...	...	...	...
...	...	16	...	...	...
...	...	...	1.000	...	...
...	...	...	...	16	...
...	...	...	...	...	1

### Potències de base 10.

#### Expressió abreujada de nombres grans

36. ■■■ Escriu amb totes les xifres:

- a)  $10^2$     b)  $10^6$     c)  $10^{10}$     d)  $10^{12}$     e)  $10^{16}$

37. ■■■ Escriu amb potències de base 10:

- a) Cent.                                      b) Cent milions.  
 c) Cent bilions.                            d) Cent mil bilions.

38. ■■■ Transforma com en l'exemple:

•  $180.000 = 18 \cdot 10^4$

- a) 5.000                                      b) 1.700.000    c) 4.000.000.000

39. ■■■ Arrodoneix a la centena de miler i escriu de manera abreujada amb el suport d'una potència de base 10 el nombre d'habitants de cada ciutat:

CASABLANCA: 5.899.000                  PARÍS: 10.858.000  
 SAN FRANCISCO: 5.929.000              PEQUÍN: 21.009.000

40. ■■■ Ordena, de la més petita a la més gran, aquestes quantitats:

$8 \cdot 10^9$	$17 \cdot 10^7$	$98 \cdot 10^6$
$10^{10}$	$16 \cdot 10^8$	$9 \cdot 10^9$

41. ■■■ Escriu de manera abreujada, amb ajuda d'una potència de base 10:

- a) Vuit mil cinc-cents milions.  
 b) Dos bilions, tres-cents mil milions.  
 c) Quatre trilions, nou-cents mil bilions.

## Operacions amb potències

42. ■■■ Calcula:

- a)  $7^2 - 6^2 + 5^2 - 4^2$       b)  $(5 - 4 + 2 - 1)^3$   
 c)  $(10 - 6)^2 - (10 - 8)^3$       d)  $3^4 - (5 - 3)^2 - (2^3)^2$   
 e)  $(13 - 3)^2 \cdot (7 + 3)^2 + (15 - 5)^2 \cdot 10$

43. ■■■ Calcula de la manera més senzilla:

- a)  $8^2 \cdot 5^2$       b)  $2^6 \cdot 5^6$       c)  $25^3 \cdot 4^3$   
 d)  $6^5 : 3^5$       e)  $15^3 : 5^3$       f)  $20^4 : 5^4$

44. ■■■ Reflexiona sobre aquests enunciats i tradueix-los a igualtats o a desigualtats matemàtiques:

- a) Potència d'un producte.  $\leftrightarrow$  Producte de les potències dels factors.  
 b) Potència d'una suma.  $\leftrightarrow$  Suma de les potències dels sumands.  
 c) Producte de potències amb la mateixa base.  $\leftrightarrow$  La mateixa base elevada a la suma d'exponents.  
 d) Potència d'una altra potència.  $\leftrightarrow$  La mateixa base elevada al producte dels exponents.  
 e) Potència d'exponent zero.  $\leftrightarrow$  U.

45. ■■■ Redueix aquestes expressions:

- a)  $x^8 : x^3$       b)  $m^4 \cdot m^2$       c)  $(k^2)^4$   
 d)  $x^5 \cdot x^5$       e)  $(m^3)^2$       f)  $k^6 : k^4$

46. ■■■ Copia en el teu quadern i substitueix cada asterisc per l'exponent que correspongui:

- a)  $6^4 \cdot 6^3 = 6^*$       b)  $a^5 \cdot a^3 = a^*$   
 c)  $m^3 \cdot m^* = m^9$       d)  $2^6 : 2^4 = 2^*$   
 e)  $a^9 : a^8 = a^*$       f)  $m^8 : m^* = m^6$   
 g)  $(4^2)^3 = 4^*$       h)  $(a^2)^2 = a^*$   
 i)  $(m^4)^* = m^{12}$       j)  $(x^*)^2 = x^{12}$

47. ■■■ Calcula:

- a)  $18^4 : (2^4 \cdot 3^4)$       b)  $(3^5 \cdot 3^3) : 3^6$   
 c)  $(15^4 : 3^4) : 5^2$       d)  $(4^5)^2 : (4^7 : 4^3)$   
 e)  $(6^2 \cdot 6^5) : (6^3 \cdot 6^4)$       f)  $(40^7 : 5^7) : (2^5 \cdot 4^5)$

48. ■■■ Redueix a una sola potència:

- a)  $(a^7 : a) \cdot a^3$       b)  $(x^9 : x^4) : x^3$   
 c)  $(m^2)^5 : (m^3)^2$       d)  $(a^5)^3 : (a^4)^3$   
 e)  $(x^3 \cdot x^7) : (x \cdot x^6)$       f)  $(m^5 : m^4) \cdot (m^4 : m^3)$

49. ■■■ EXERCICI RESOLT

Redueix a una sola potència i, després, calcula:

$$2^{10} : 4^4$$

$$2^{10} : 4^4 = 2^{10} : (2^2)^4 = 2^{10} : 2^8 = 2^2 = 4$$

50. ■■■ Copia, substitueix cada asterisc pel nombre adequat i, finalment, calcula:

- a)  $2^{12} : 4^5 = 2^{12} : (2^*)^5 = 2^{12} : 2^* = 2^* = \dots$   
 b)  $3^6 : 9^2 = 3^6 : (3^*)^2 = 3^6 : 3^* = 3^* = \dots$   
 c)  $25^3 : 5^4 = (5^*)^3 : 5^4 = 5^* : 5^4 = 5^* = \dots$   
 d)  $16^4 : 4^5 = (4^*)^4 : 4^5 = 4^* : 4^5 = 4^* = \dots$

51. ■■■ Copia, substitueix cada asterisc pel nombre adequat i, finalment, calcula:

- a)  $(5^5 \cdot 5^3) : 25^3 = (5^5 \cdot 5^3) : (5^*)^3 = \dots$   
 b)  $(2^3 \cdot 4^2) : 8 = [2^3 \cdot (2^*)^2] : 2^* = [2^3 \cdot 2^*] : 2^* = \dots$   
 c)  $(3^4 \cdot 9^2) : 27^2 = [3^4 \cdot (3^*)^2] : (3^*)^2 = [3^4 \cdot 3^*] : 3^* = \dots$

## Expressa i calcula

52. ■■■ Un restaurant ofereix a la seva carta nou primers plats, nou segons i tres postres. Expressa amb una potència i calcula el nombre de menús diferents que es poden triar.

53. ■■■ Escriu els exponents en el teu quadern i calcula:

- a) La Montse té una capsa amb molts cubs de goma d'1 cm d'aresta. Construeix tres cubs iguals de 3 cm d'aresta.



Nombre de cubs utilitzats:  $3^{\square} = \dots$

- b) Un pagès planta enciams al seu hort. Els distribueix en 25 solcs i en cada solc hi posa 25 enciams.



Nombre d'enciams:  $25^{\square} = \dots$

- c) Un camió de repartiment porta 6 palets de capsas de llet. En cada palet hi ha 36 capsas i en cada capsa, 6 brics de litre.



Nombre de litres:  $6^{\square} = \dots$

### Arrel quadrada

54. ■■■ Calcula, per tempteig, l'arrel exacta o l'entera:

- a)  $\sqrt{90}$       b)  $\sqrt{121}$       c)  $\sqrt{1.785}$

55. ■■■ Resol amb la calculadora:

- a)  $\sqrt{655}$       b)  $\sqrt{1.024}$       c)  $\sqrt{1.369}$   
 d)  $\sqrt{4.225}$       e)  $\sqrt{12.664}$       f)  $\sqrt{33.856}$

56. ■■■ Copia en el teu quadern els quadrats perfectes:

- 1.000    1.225    1.600    1.724    1.601    2.464  
 3.364    3.540    3.773    3.844    4.000    5.625

57. ■■■ Copia en el teu quadern i substitueix cada casella pel signe «=» o pel signe «≠» segons correspongui:

- a)  $2 \cdot \sqrt{9} \square \sqrt{36}$       b)  $3 \cdot \sqrt{4} \square \sqrt{12}$   
 c)  $5 \cdot \sqrt{16} \square 20$       d)  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \square 10$   
 e)  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \square \sqrt{18}$       f)  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} \square \sqrt{16}$

58. ■■■ A partir del concepte d'arrel quadrada, podem dir el següent:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a \\ (\sqrt{a})^2 = b^2 \end{array} \right\} (\sqrt{a})^2 = a$$

Tenint en compte això, resol:

- a)  $\sqrt{5^2 + 12^2} - (\sqrt{5})^2$       b)  $(\sqrt{2})^4 + (\sqrt{3})^2 - 5^0$

### Resol problemes

#### 59. ■■■ PROBLEMA RESOLT

Deixa clar el significat de cada pas, de cada operació i de cada resultat.

*Un majorista d'alimentació compra 150 sacs de patates de 30 kg per 2.000 €. Després, en seleccionar la mercaderia, en llença 300 kg i n'envasa la resta en bosses de 5 kg, que ven a 4 € la bossa. Quin benefici obté?*



— Quilos comprats (150 sacs de 30 kg):

$$150 \cdot 30 = 4.500 \text{ kg}$$

— Quilos envasats (en llença 300 kg):

$$4.500 - 300 = 4.200 \text{ kg}$$

- Bosses de 5 kg obtingudes:  $4.200 : 5 = 840$  bosses
- Ingressos, en euros, per la venda de 840 bosses a 4 € cada una:  $840 \cdot 4 = 3.360$  €
- Beneficis (ingressos, 3.360€, menys despeses, 2.000 €):  
 $3.360 - 2.000 = 1.360$  €

*Solució:* Guanya 1.360 €.

60. ■■■ En una indústria de conserves es preparen 250 kg de melmelada de pruna, que s'envasen en pots de 200 g. Durant el procés es rebutgen 17 pots perquè s'han trencat o perquè són defectuosos. Quants pots vàlids s'obtenen?

61. ■■■ La construcció d'un xalet, A, va durar 14 mesos i va començar 4 mesos després que s'iniciessin les obres d'un altre xalet, B, la construcció del qual va durar 15 mesos. Si A es va acabar al juny, quin mes es va acabar B?

62. ■■■ Al viver d'una horta es preparen 50 safates amb 100 llavors cada una. En cada safata es fan malbé, de mitjana, 20 llavors. Quants plançons espera obtenir el pagès?

63. ■■■ A la prestatgeria dels refrescos del supermercat quedaven 7 capses de 6 llaunes i 4 llaunes soltes. Si en col·loquen 12 capses més, quantes llaunes hi ha ara?

64. ■■■ La Neus ha enviat en l'última setmana 40 missatges amb el seu mòbil. Al seu germà Pep n'hi ha enviat cinc; als seus pares, tres més que a en Pep, i al grup de la seva colla, la resta. Quants missatges ha enviat a la colla?

65. ■■■ A la Clara li han pagat 28 euros per repartir 7 blocs de propaganda. Quant li haurien pagat si hagués repartit un bloc més?

66. ■■■ En una brioixeria fan cada dia cinc safates amb tres dotzenes de magdalenes cada una. Quantes magdalenes fan a la setmana, tenint en compte que el di lluns tanquen?

67. ■■■ En una granja hi ha el doble de vaques que de cavalls i en total són 36 caps de bestiar. Quantes vaques i quants cavalls hi ha?



68. ■■■ Un camió transporta 15 caixes de refrescos de taronja i 12 de llimona. Quantes ampolles porta en total si cada caixa conté 24 ampolles?

69. ■■■ El pare de la família Smith, en Jonathan, cobra 1.940 dòlars al mes. Si guanya 720 dòlars més que en Jon, el fill gran, 880 més que la Cathy, la filla, i 280 menys que la Catherine, la seva dona, quins són els ingressos mensuals de la família?

70. ■■■ La Rosa té dos anys més que el seu germà petit, en Julià, i dos menys que l'Albert, el seu germà gran. Si entre tots tres igualen l'edat de la seva mare, la Marta, que acaba de fer 42 anys, quants anys té cada un dels germans?

71. ■■■ Un tren de mercaderies, que avança a 55 km/h, es creua amb un de passatgers que avança per la via paral·lela a 105 km/h. Quina distància els separa mitja hora més tard?

72. ■■■ Un cotxe i una moto surten alhora d'una cafeteria d'una carretera en la mateixa direcció. El cotxe avança a 90 km/h i la moto, a 100 km/h. Quina distància els separa al cap d'una hora i mitja?

73. ■■■ Un camió porta 27 caixes de refrescos de 24 ampolles. En un accident es trenquen 311 ampolles. Esbrina si s'ha conservat més o menys de la meitat de la càrrega.

74. ■■■ Un autobús amb 54 turistes a bord pateix una avaria camí de l'aeroport. El responsable del grup decideix acomodar les viatgeres i els viatgers en taxis de quatre places. Quants taxis necessiten?



75. ■■■ La Marta té estalviats 162 € i vol comprar un monopatí que costa 199 €. Si aconseguix estalviar de la seva paga 10 € cada setmana, quantes setmanes trigarà a comprar el monopatí?

76. ■■■ Una fàbrica de cotxes ha produït 15.660 unitats entre gener, febrer i març. Quants cotxes fabrica, de mitjana, cada dia?

77. ■■■ El sector hotel·ler d'una localitat turística ha contractat 12.845 persones. Tres de cada cinc són dones. Quantes dones ha contractat?

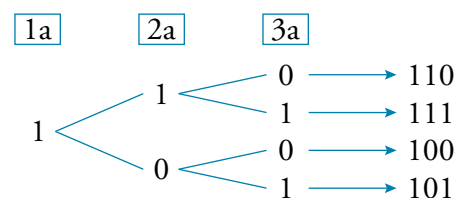
78. ■■■ En una escola que té 450 estudiants, dos de cada cinc estudien un segon idioma i, d'aquests, un de cada tres ha triat l'alemany. Quants estudien un segon idioma? Quants estudien alemany?

79. ■■■ Un agricultor té 140 presseguers en un hort. Ell espera collir, de mitjana, 35 kg de préssecs de cada arbre. La fruita s'envasa en caixes de 10 kg i es ven a 20 € la caixa. Quant guanyarà per la venda de la seva collita?

80. ■■■ La Marta, en Pau i la Rosa van a comprar. La Marta gasta 30 € més que en Pau i 40 € menys que la Rosa. Si entre tots tres han gastat 208 €, quant ha gastat cada un?

81. ■■■ Tens un munt de monedes de 50, 20 i 10 cèntims. De quantes maneres diferents pots fer 1 euro? Justifica la teva resposta.

82. ■■■ Utilitzant només zeros i uns, es poden construir quatre nombres diferents de tres xifres:



Quants nombres de quatre xifres tenen només zeros i uns? I de cinc xifres?

83. ■■■ La carta d'un restaurant ofereix cinc varietats de primer plat, tres de segon i dos de postres. De quantes formes pot triar el seu menú, un client que tria un plat de cada grup?

84. ■■■ L'Antoni, la Blanca, la Cristina i en David acaben d'entrar al cinema. De quantes formes diferents es poden asseure en les quatre butaques que els corresponen?

💡 *Fes, primer, un problema més fàcil: De quantes formes es podran asseure si l'Antoni ha ocupat ja la butaca núm. 1?*

1a	2a	3a	4a
A			
	B	C	D
	B	D	C
	C	B	D
	C	D	B
	D	B	C
	D	C	B

85. ■■■ Una empresa organitzadora d'esdeveniments fa una comanda, a un magatzem de flors, de 150 dotzenes de roses. El magatzem disposa en aquell moment de 40 capsos de 25 roses. Quantes capsos de 25 roses s'han de demanar per poder servir la comanda?



86. ■■■ La Valentina té una granja d'ànecs i oques. Avui ha venut 21 dels animals per 350 euros.

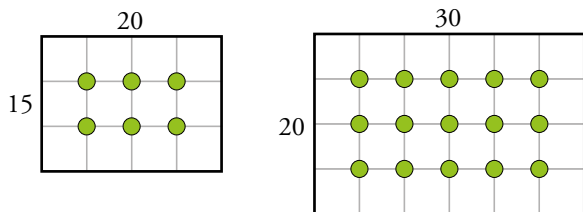
Entre els animals hi havia el doble d'ànecs que d'oques, i una oca val el triple que un ànec.

Quin preu té un ànec? I una oca?

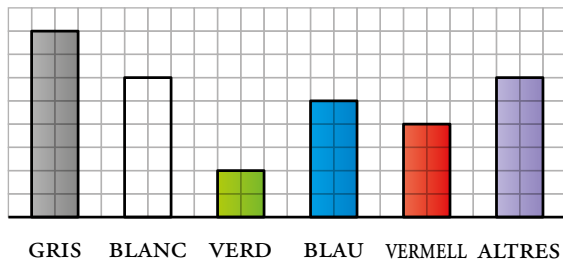
87. ■■■ Un cotxe triga 78 segons a travessar un tram de 2 km amb la velocitat limitada a 90 km/h. Creus que ha superat el límit permès? Per què?

88. ■■■ En un camp rectangular de 150 m × 300 m es plantaran pollancre, en files i columnes paral·leles a les tanques, de manera que cada línia estigui a 5 metres de les del costat o de les vores. Quants pollancre tindrà el camp?

💡 Dibuixa en una quadricula casos més senzills. Per exemple:



89. ■■■ El gràfic informa de la distribució, per colors, dels 30.690 cotxes fabricats en un trimestre.



Quants cotxes vermells s'han fabricat en aquest període?

90. ■■■ Per a l'elaboració d'una estadística sobre les vacances en una ciutat d'interior, s'ha fet una enquesta els resultats de la qual són els següents:

- El 56% ha estat a la platja.
- El 47% ha passat uns dies al poble.
- El 23% ha gaudit d'ambdues destinacions.

Quin tant per cent no ha estat ni a la platja ni al poble?

91. ■■■ La Martina ha obtingut així la suma dels 7 primers nombres naturals:

$$\left. \begin{array}{l} 1+2+3+4+5+6+7 \\ +7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 8+8+8+8+8+8+8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8 \cdot 7 = 56 \\ 56 : 2 = \boxed{28} \end{array}$$

Sabries calcular la suma de l'1 al 100?

92. ■■■ PROBLEMA RESOLT

Decideix els passos intermedis. Quines dades encara no coneixes, però necessites, per arribar a la solució?

*La Marta ha comprat cinc paquets amb quaranta adhesius cada un i ha decorat el cub petit. Li queden prou adhesius per decorar de la mateixa manera el cub gran?*



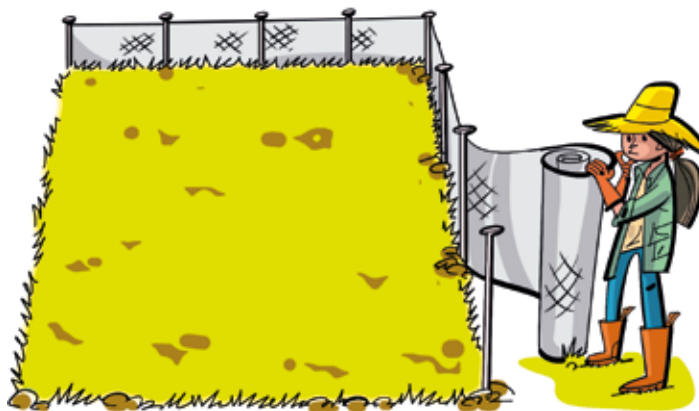
- Quants adhesius ha comprat?  
Ha comprat  $5 \cdot 40 = 200$  adhesius.
- Quants n'ha utilitzat per al cub petit?  
En el cub petit ha utilitzat  $6 \cdot 3^2 = \dots$  adhesius.
- Quants adhesius li queden?  
Li queden  $200 - \dots = \dots$  adhesius.
- Quants en necessita per al cub gran?  
Per al cub gran necessita...

Copia i completa la resolució en el teu quadern i escriu la solució.

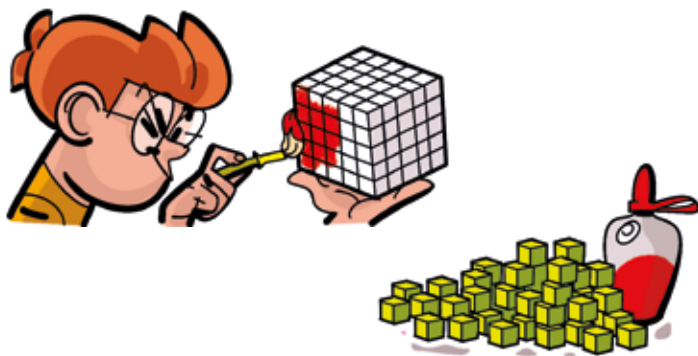
93. ■■■ Quines són les dimensions del terra quadrat més gran que es pot cobrir amb 200 rajoles quadrades de 20 cm de costat, sense partir-ne cap? Quantes rajoles sobren?

94. ■■■ En Marc té una bossa amb 50 daus de fusta d'1 cm d'aresta. Quina és l'aresta del cub més gran que pot construir amb els daus? Quants daus sobren?

95. ■■■ Una finca quadrada té 900 metres quadrats de superfície. Quants metres lineals de filat caldria comprar per tancar-la?

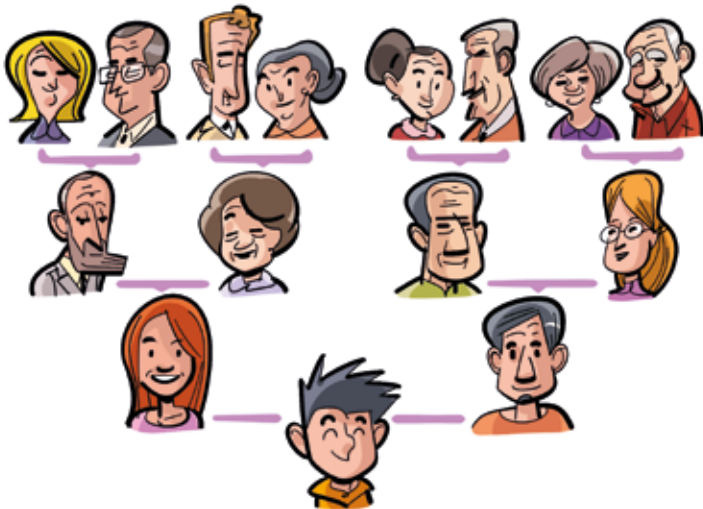


96. ■■■ Observa el cub de la il·lustració format per  $5 \times 5 \times 5$  cubs unitaris.



- a) Suposa que el pintem de vermell. Quants cubs petits unitaris hauran quedat parcialment pintats?
- b) Suposa que el volem fer més gran, recobrint-lo completament amb una capa de cubs petits verds. Quants cubs petits verds necessitarem?

97. ■■■ Quants pares i quantes mares tenien entre tots els teus rebesavis?



### Problemes «+»

98. ■■■ Un nombre té quatre xifres que sumen 4. Si intercanvies les unitats amb les centenes, augmenta en 99. Quin nombre pot ser? Intenta trobar més d'una solució.

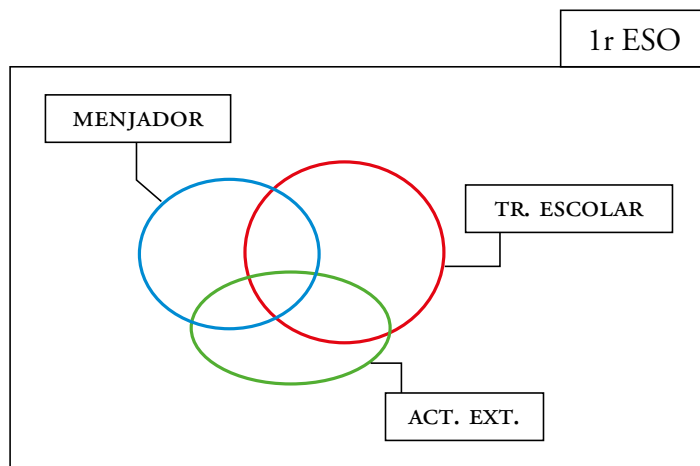
99. ■■■ L'Arnau i en Ferran viuen al mateix edifici i van a la mateixa escola. L'Arnau, quan va sol, triga 20 minuts a fer el recorregut de casa a classe. En Ferran, al seu pas, triga 30 minuts a fer el mateix trajecte. Avui, quan l'Arnau surt, fa ja cinc minuts que el seu company ha sortit. Quant trigarà a atrapar-lo?

100. ■■■ Dels alumnes matriculats a 1r d'ESO, sabem que:

- 44 es queden al menjador, 58 utilitzen el transport escolar i 47 estan apuntats a extraescolars.
- 24 es queden al menjador i a extraescolars.
- 23 es queden al menjador i utilitzen el transport escolar; 25 utilitzen el transport i es queden a extraescolars.
- 11 utilitzen els tres serveis i 17 no n'utilitza cap.

Quants alumnes hi ha matriculats?

💡 Et serviria, utilitzar un gràfic com aquest?



101. ■■■ Quatre amics i amigues es pesen, per parelles, de totes les maneres possibles i anoten desordenadament els resultats que obtenen:

83 kg - 87 kg - 91 kg - 80 kg - 84 kg - 88 kg

El que pesa més fa 46 kg. Quant pesa cada un per separat?

102. ■■■ L'Albert explica una notícia a l'Ignasi i la Sara.

Deu minuts després, l'Ignasi ja els l'ha explicat a la Raquel i a la Marta, a l'Ona, a la Rosa i a en Pau.

Al cap de deu minuts més, cada un d'aquests últims l'ha explicada a dues persones més.

Si la difusió de la notícia segueix al mateix ritme, quantes persones la sabran una hora després que se n'assabentesin l'Ignasi i la Sara?

103. ■■■ El terra d'una habitació quadrada està enrajolat amb 484 rajoles de 15 cm de costat. Són totes blanques, excepte les que estan a 15 cm de la paret, que formen un marc decoratiu de color vermell.

Quantes rajoles vermelles hi ha en aquest terra?

## » MATEMÀTIQUES EN CONTEXT

### DISTRIBUCIÓ DE MERCADERIES

La fruita conreada pels pagesos fa un llarg recorregut fins que arriba al consumidor: el pagès, el majorista, el transportista i el punt de venda.

En Pau és un majorista de fruita que es troba en les situacions següents.

#### 1. ✓ Compra i venda

En Pau paga 1.500 € a un pagès per la compra de 200 caixes de peres. Cada caixa té un pes mitjà de 18 quilos.

Quan arriba al magatzem les selecciona i n'aparta 300 quilos perquè són defectuoses. La resta, les envasa en safates de cartó de 3 kg.

Finalment, les ven a una cadena de supermercats, a 2 € la safata.



- Quantes safates ven al supermercat?
- Quant ingressa per la venda de la mercaderia?
- Quin benefici obté?



#### 2. ✓ Nombres i matrícules

En Pau contracta un transportista que s'acaba de comprar una furgoneta nova, que té aquesta matrícula:

**2581 LBT**

**0000 BBB**

Les matrícules dels vehicles s'ordenen d'acord amb un codi format per un nombre de quatre xifres, que comença per 0000 i acaba per 9999, seguit de tres lletres (val qualsevol lletra, excepte les vocals, les consonants Ñ i Q i els dígrafs CH, LL).

**9999 ZZZ**

Així doncs, d'acord amb aquest codi les matrícules comencen per 0000 BBB i acaben en 9999 ZZZ.

- Quants vehicles matriculats porten, fins al moment, les mateixes lletres que el del transportista?
- Quants vehicles es matricularan abans que es canviï una lletra de la matrícula?
- Quants vehicles s'han matriculat, incloent-hi el del transportista, des que un company seu es va comprar un vehicle amb la matrícula **2581 LBS**?
- Quants vehicles s'hauran matriculat abans que aparegui el primer amb la matrícula **4000 LBV**?

Les quatre xifres i les tres lletres de les matrícules permeten un total de  $8 \times 10^7$  matrícules. (Començant amb el 0000 i fins al 9999, ens trobem  $10^4$  combinacions diferents de nombres amb quatre xifres. Pel que fa a les tres lletres, hi ha un total de  $8 \times 10^3$  combinacions diferents.)

- e) Escriu amb totes les xifres el nombre total de matrícules i les combinacions que permeten els quatre nombres i les tres lletres.
- f) Escriu aquest nombre amb lletres.
- g) Si cada any es matriculen al voltant d'un milió tres-cents vint-i-un mil quatre-cents trenta-vuit vehicles, quant temps passarà fins que comencin a matricular vehicles amb les últimes quatre xifres?
  1. Menys de 30 anys.
  2. Entre 30 i 40 anys.
  3. Més de 40 anys.

### 3. Dimensions i capacitat

Als supermercats, la fruita es conserva durant més temps si s'emmagatzema en cambres frigorífiques.

En aquestes cambres es retarda la maduració mantenint la temperatura entre  $13\text{ }^{\circ}\text{C}$  i  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  i la humitat entre el 85 % i el 90 %.

En un dels supermercats tenen una cambra frigorífica que fa 500 centímetres de llargària, 500 centímetres d'amplària i 500 centímetres d'alçària útils.

Les peres s'emmagatzemen en caixes cúbiques de 50 centímetres d'aresta.

- Quantes caixes de peres caben en l'espai útil de la cambra frigorífica?

A partir de les dades d'aquesta activitat, pensa una altra pregunta per plantejar-la a un company o companya de classe. Primer l'has de resoldre tu per comprovar que estigui ben plantejada i per saber quina és la resposta correcta.



# » TALLER DE MATEMÀTIQUES

## » LLEGEIX I DESCOBREIX

	ORDRES D'UNITATS			
	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	...	...	...	...

	ORDRES D'UNITATS			
	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
	8	4	2	1
8	...	...	...	...
9	...	...	...	...
10	1	0	1	0
11	...	...	...	...
12	...	...	...	...
13	...	...	...	...
14	...	...	...	...
15	1	1	1	1

### Nombres en els ordinadors

Ja saps que nosaltres, per escriure els nombres, fem servir el sistema decimal, amb deu signes, del 0 al 9.

Els ordinadors i les calculadores, en el seu llenguatge intern, escriuen els nombres en el **sistema binari**; és a dir, utilitzant només dos signes: el **0** i l'**1**.

- Estudia i completa les taules en el teu quadern, seguint la lògica de les primeres files.

Quan hakis acabat, hauràs traduït al sistema binari els primers quinze nombres naturals.

La computació i, en general, les noves tecnologies, són un àmbit d'aplicació de les matemàtiques amb molta diversitat de sortides professionals.

## » INVESTIGA

### Nombres imparells, quadrats i cubs

El món dels nombres presenta múltiples relacions, algunes de tan sorprenents que semblen màgia. Fixa't en els exemples següents:

→ Qualsevol nombre quadrat es pot expressar com la suma d'uns quants dels primers nombres imparells.

- Segons això, calcula:

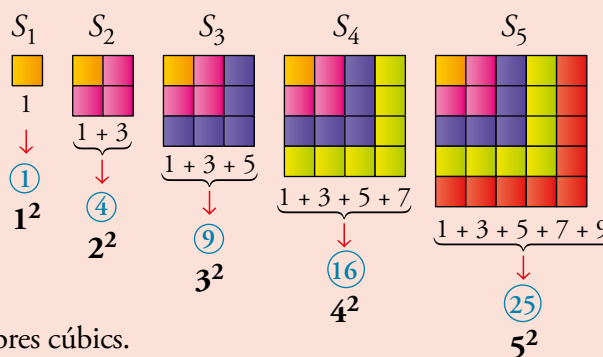
a) La suma dels set primers nombres imparells.

$$S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

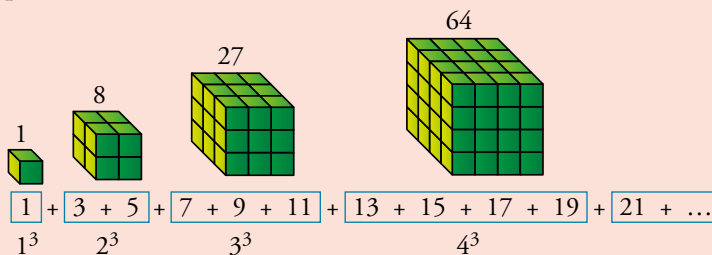
b) La suma dels deu primers nombres imparells ( $S_{10}$ ).

- Com calcularies, de manera ràpida i senzilla, la suma dels cent primers nombres imparells?

$$S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 199$$



→ En la suma dels nombres imparells, trobem la suma dels nombres cúbics.

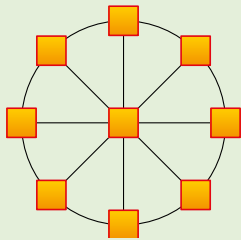


- Esbrina quina porció de la suma anterior has d'agafar per obtenir  $5^3 = 125$ .

## » ENTRENA'T RESOLENT ALTRES PROBLEMES

### Reflexiona i assaja

- Escriu en el teu quadern els nombres de l'1 al 9, un per casella, de manera que tots els trios alineats sumin 15.



- Quants nombres de tres xifres es poden formar utilitzant només les xifres 1, 2 i 3?

- En una safata hi havia diversos sandvitxos quadrats i n'hem partit uns quants per la meitat en forma de triangle. Si en total compto 18 puntes, quants sandvitxos estan sencers i quants estan partits?

💡 T'ajudaria completar aquesta taula?

QUADRATS	1	2	3	...	...
PUNTES	4	...	...	...	...
↓					
RESTA DE PUNTES	14	...	...	...	...
TRIANGLES	NO possible	...	...	...	...

## » POSA'T A PROVA

1. Copia en el teu quadern i omple els buits:

- $18 \cdot \square = 180$
- $\square \cdot 100 = 27.000$
- $4.000 : \square = 40$
- $\square : 10 = 38$

2. Copia i calcula els termes que falten:

- $154 \cdot \square = 462$
- $\square : 27 = 98$
- $30.275 : \square = 35$
- $1.508 = \square \cdot 125 + 8$

3. Fes les següents operacions combinades:

- $12 + 3 \cdot 5 - 2$
- $19 - 5 \cdot (10 - 7) + 4 \cdot 7$
- $7 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 2$
- $10 \cdot [7 \cdot 5 - (4 + 6 \cdot 3)]$

4. En una cafeteria hi ha 60 seients. Si hi ha el triple de cadires que de banquetes, quantes n'hi ha de cada classe?

5. Observa aquestes quantitats:

- L'extensió del Brasil és de vuit milions cinc-cents catorze mil vuit-cents setanta-set quilòmetres quadrats.
  - La població mundial l'abril de 2018 era de 7.601.767.200 habitants.
- Expressa amb xifres la primera quantitat i amb lletres la segona.

b) Arrodoneix-les a les desenes de miler.

6. Calcula:

- $2^6$
- $5^3$
- $7^2$
- $10^6$

7. Redueix a una sola potència:

- $a^3 \cdot a^2$
- $x^5 : x^4$
- $(a^3)^4$

8. Quants daus de fusta, d'1 cm d'aresta, hi ha en 10 paquets com el que veus en la il·lustració?

